

Модель нейрона на основе туннельного диода и волатильного мемристора с отрицательным дифференциальным сопротивлением

А. В. Ханов*, Н. К. Беляев, К. Д. Шинкарь, А. Ю. Карпенко
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

*avkhanov@etu.ru

Аннотация. В условиях активного развития нейроморфных вычислительных систем ключевым направлением исследований остаётся совершенствование архитектур искусственных нейронов. В настоящей работе представлена модифицированная математическая модель спайкового нейрона, реализованная на гибридной элементной базе, включающей волатильный мемристор и туннельный диод. Центральным элементом предлагаемого подхода является изменение динамики внутренней переменной состояния мемристора, что позволяет формировать выраженный участок отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС). Эта модификация обеспечивает генерацию нейроном импульсной динамики, количественно согласованной с биологическими прототипами, что выступает необходимым условием для построения масштабируемых спайковых нейронных сетей. Верификация модели проведена в интерактивной среде численного моделирования, где системно подтверждено наличие эталонных биофизических характеристик, продемонстрирована параметрическая настраиваемость для воспроизведения основных классов нейронной возбудимости, а также выявлена способность системы к генерации детерминированного хаоса. Результаты работы указывают на высокий потенциал предложенной архитектуры для разработки биологически достоверных и аппаратно эффективных нейроморфных платформ.

Ключевые слова: мемристор; спайковый нейрон; нелинейная динамика; переходный хаос; параллельные вычисления

I. ВВЕДЕНИЕ

Фундаментальной мотивацией развития нейроморфных вычислительных систем выступает необходимость преодоления архитектурных ограничений классической фон-неймановской парадигмы. Пространственное разделение памяти и вычислительного модуля критически ограничивает энергоэффективность, пропускную способность и масштабируемость при обработке потоковых, слабоструктурированных и когнитивно-ориентированных задач. В качестве системного ответа на данные вызовы активно формируется аппаратно-программная парадигма, воспроизводящая биофизические принципы функционирования мозга [1]. Для широкого спектра приложений, связанных с обработкой временных рядов, адаптивным обучением и энергоограниченным инференсом, спайковые нейронные

сети (СНС) демонстрируют принципиальное преимущество перед традиционными моделями глубокого обучения [2].

Базовым вычислительным элементом любой СНС является искусственный нейрон, чья функциональность детерминированно обеспечивается нелинейной динамикой порогового возбуждения и рефрактерности. В современных схмотехнических реализациях ключевую роль в формировании данной нелинейности играют мемристоры. Их способность к обратимому изменению проводимости, низкое энергопотребление при переключении и совместимость с промышленными КМОП-техпроцессами делают их оптимальной элементной базой для создания высокоплотных нейроморфных чипов [3, 4]. Однако существующим моделям спайковых нейронов на основе мемристоров [5] присущи ограничения: большинство топологий не обеспечивают достаточной точности воспроизведения биофизических паттернов возбуждения, а также требуют косвенных схмотехнических решений для реализации недостающих участков ОДС. Это снижает как энергоэффективность отдельного нейронного узла, так и предсказуемость динамики при масштабировании до многослойных архитектур.

Настоящее исследование направлено на разработку и верификацию модифицированной математической модели спайкового нейрона, в которой связка волатильного мемристора и туннельного диода позволяет реализовать требуемые нелинейные участки ОДС S- и N-типа. Предлагаемый подход обеспечивает качественную согласованность аппаратной динамики с биологическими прототипами, упрощает схмотехническую реализацию и создаёт методическую основу для построения масштабируемых и биологически достоверных нейроморфных платформ.

II. МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

A. Модель мемристивного нейрона

В основе предлагаемой модели лежит спайковый нейрон с волатильным мемристором и туннельным диодом [6]. Его принципиальная электрическая схема состоит из пяти элементов, объединённых в три параллельные ветви: волатильного мемристора VM с подстроечным источником ЭДС E_{VM} , туннельного диода TD с модулирующим источником ЭДС E_{TD} и конденсатора C .

Исследование поддержано Российским научным фондом, проект № 25-71-10049.

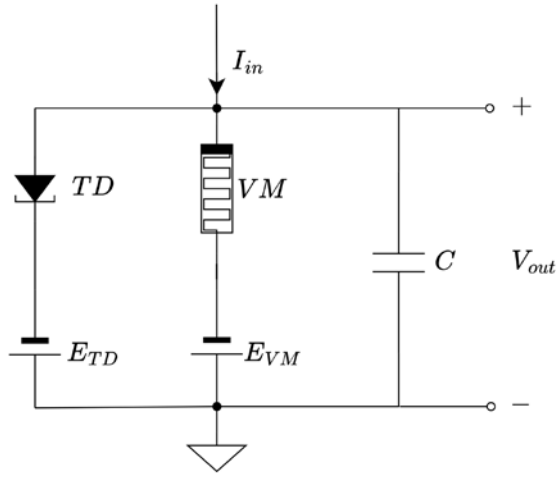


Рис. 1. Электрическая схема нейрона с волатильным мемристором и туннельным диодом [6]

В исходной математической модели нейрона [6] заложено допущение об отсутствии выраженного участка отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС) в вольт-амперной характеристике порогового переключателя AND-TS [7], математически представляемого волатильным мемристором. Ключевым отличием предлагаемого подхода является модификация уравнений, описывающих динамику внутренней переменной состояния волатильного мемристора. Изменение направлено на явную реализацию участка ОДС S-типа вместо фиксированных порогов переключений. Данная модификация в значительной мере влияет на динамические характеристики нейрона.

Математическая модель модифицированного нейрона описывается следующими уравнениями:

$$C \frac{dV}{dx} = I_{in} + I_{VM} - I_{TD}$$

$$I_{VM} = \begin{cases} (E_{VM} - V) X / R_{ON+} + I_{lk}, & E_{VM} - V > 0 \\ (E_{VM} - V) X / R_{ON-} - I_{lk}, & E_{VM} - V \leq 0 \end{cases}$$

$$I_{diode} = I_s \left(e^{(V+E_{TD})/V_i} - e^{-(V+E_{TD})/V_i} \right) \quad (1)$$

$$I_{tunnel} = \frac{I_p}{V_p} (V + E_{TD}) e^{(V_p - (V + E_{TD})) / V_p}$$

$$I_{atan} = I_v \left(\tan^{-1} D(V + E_{TD} - E) + \tan^{-1} D(V + E_{TD} + E) \right)$$

$$I_{TD} = I_{diode} + I_{tunnel} + I_{atan}$$

Поведение внутренней переменной состояния X волатильного мемристора характеризуется следующим набором уравнений:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{1}{\tau_S} \left(\frac{\alpha_S(X)}{1 + e^{-V_{NDR}/V_S^2}} \right) - \frac{1}{\tau_R} \left(\frac{\alpha_R(X)}{1 + e^{-V_{NDR}/V_R^2}} \right)$$

$$V_{NDR} = (U_{VM} - V - X_+)(U_{VM} - V - X_-)$$

$$X_+ = (V_{h+} - V_{th+}) X + V_{th+}$$

$$X_- = (V_{h-} - V_{th-}) X + V_{th-} \quad (2)$$

$$\alpha_S(X) = \left(1 - \frac{1}{e^{\alpha X + d_S}} \right) (1 - X) + \left(1 - \frac{1}{e^{\alpha(1-X)}} \right) X$$

$$\alpha_R(X) = \left(1 - \frac{1}{e^{\alpha X}} \right) (1 - X) + \left(1 - \frac{1}{e^{\alpha(1-X) + d_R}} \right) X$$

Результатом модификации служит изменение динамики переключения модели мемристора, обозначенное на рис. 2 пунктиром. Серым цветом обозначены измерения реального порогового переключателя AND-TS, синим цветом обозначено поведение математической модели.

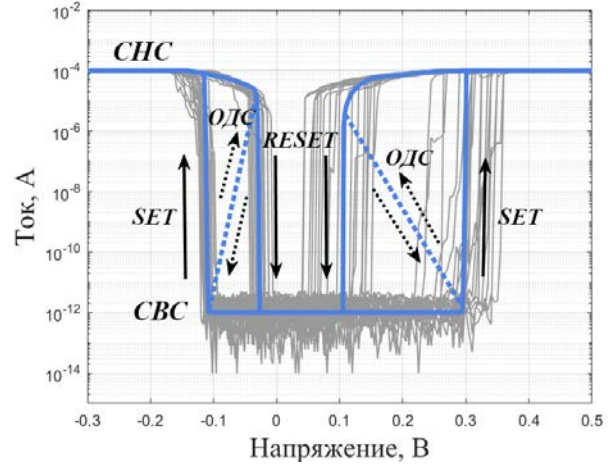


Рис. 2. Двухнаправленная вольт-амперная характеристика переключения мемристора между состояниями низкого сопротивления (CHC) и высокого сопротивления (CBC) [6]

Модель использует следующие постоянные значения параметров: $\tau_S = 1,2 * 10^{-7}$ с, $\tau_R = 1,3 * 10^{-7}$ с, $\alpha = 2$, $d_S = 0,05$, $d_R = 0,5$, $V_S = 9,9 * 10^{-3}$ В, $V_R = 1,75 * 10^{-2}$, $R_{ON+} = 806$ Ом, $R_{ON-} = 1.434$ Ом, $I_{lk} = 10^{-12}$ А, $D = 26$, $E = 0,14$, $I_s = 1,15 * 10^{-7}$ А, $I_p = 2,1 * 10^{-5}$ А, $I_v = -3 * 10^{-6}$ А, $V_i = 2/3$ В, $V_p = 0,09$ В, $V_{th+} = 0,267$ В, $V_{th-} = -0,119$ В, $V_{h+} = 0,08$ В, $V_{h-} = -0,06$ В. По умолчанию, значения источников ЭДС $E_{VM} = 0$ В, $E_{TD} = 0,09$ В, ёмкость конденсатора $C = 2,2 * 10^{-8}$ Ф.

В. Интерактивная среда моделирования CUDAynatics

Предложенная модель спайкового нейрона была реализована в среде моделирования и анализа динамических систем CUDAynatics, использующей параллельную вычислительную архитектуру Nvidia CUDA. Она обладает интерактивным графическим интерфейсом и позволяет эффективно исследовать математические модели в пространстве параметров и анализировать их поведение. Среда CUDAynatics свободно доступна на GitHub [8].

III. РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты исследования новой математической модели спайкового нейрона, представленные в данном разделе, были получены в среде моделирования CUDAynatics. При моделировании использовался явный метод Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования $h = 5 * 10^{-8}$ с.

Модифицированный нейрон демонстрирует основные биофизические свойства. Различные режимы генерации спайков можно получить регулировкой входного сигнала I_{in} . На временных диаграммах на рис. 3, 4 и 5 представлено стандартное интегральное

поведение нейрона, наличие рефракторного периода, а также принцип генерации спайков «все или ничего».

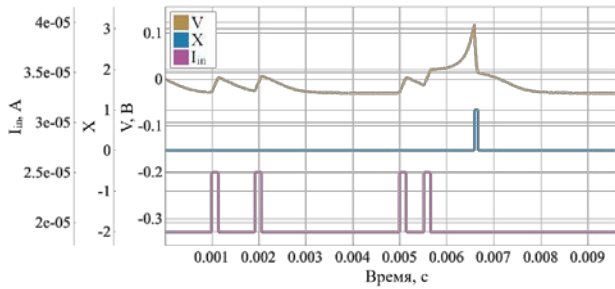


Рис. 3. Интегральное поведение модели нейрона

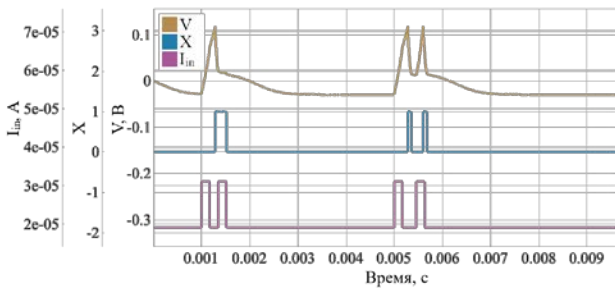


Рис. 4. Пример проявления рефракторного периода модели нейрона

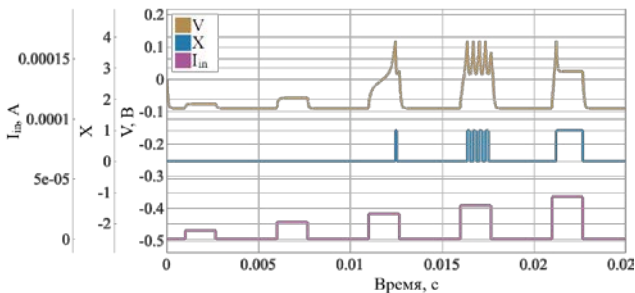


Рис. 5. Пример генерации «всё или ничего»

При пролонгированном превышении входным сигналом порогового уровня прекращается генерация спайков. В отличие от исходной модели [6], данный режим эффективно предотвращает развитие устойчивой деполяризации, исключая тем самым характерную для базовой архитектуры проблему фиксации мембранного потенциала выше уровня покоя.

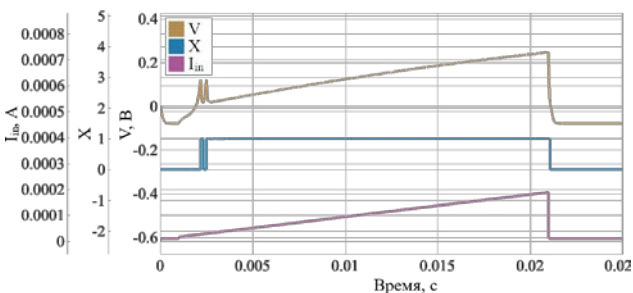


Рис. 6. Пример перенасыщения нейрона при продолжительном повышении уровня входного тока

Регулировка параметра E_{TD} позволяет изменить класс возбудимости нейрона по Ходжкину, как продемонстрировано на рис. 7, 8 и 9.

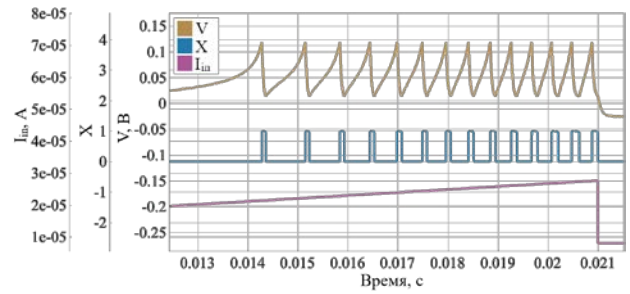


Рис. 7. Пример нейронной возбудимости класса 1 при $E_{TD} = 0,04$ В

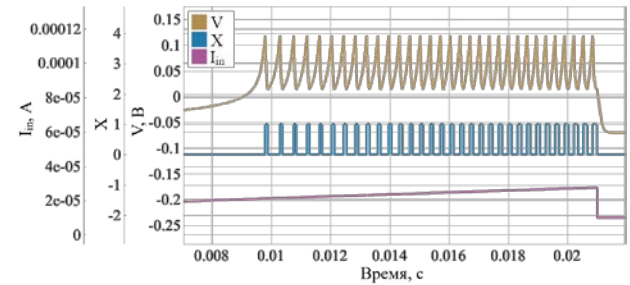


Рис. 8. Пример нейронной возбудимости класса 2 при $E_{TD} = 0,09$ В

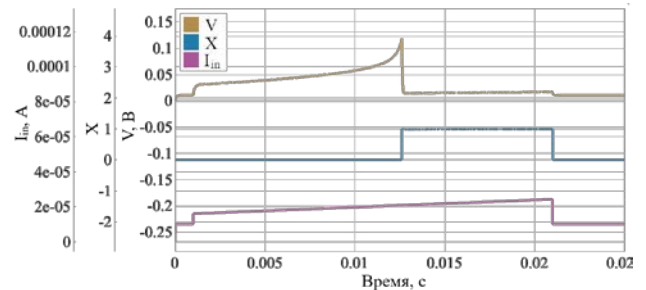


Рис. 9. Пример нейронной возбудимости класса 3 при $E_{TD} = 0,01$ В

Предлагаемая модель нейрона демонстрирует хаотичное поведение при синусоидальном входном воздействии:

$$I_{in} = I_{dc} + I_{amp} \sin(2\pi I_{freq} t) \quad (3)$$

На рис. 10 демонстрируются хаотичные последовательности спайков, наблюдаемые при значениях параметров $I_{amp} = 4 \cdot 10^{-6}$ А, $I_{freq} = 816$ Гц, $I_{dc} = 2,1 \cdot 10^{-5}$ А, $E_{TD} = 0,009$ В.

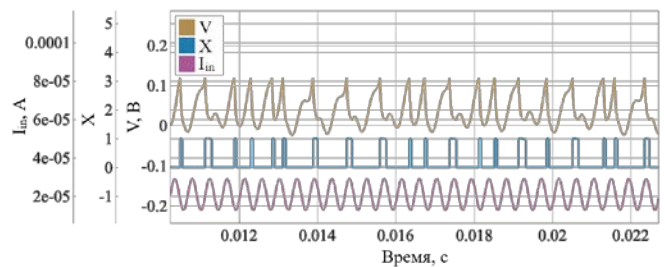


Рис. 10. Пример хаотичных последовательностей спайков, возникающих в ответ на синусоидальный входной сигнал

Варьирование амплитудно-частотных параметров гармонического входного воздействия индуцирует в модели переход между качественно различными режимами спайковой генерации. Для систематизации наблюдаемой динамики в двумерном пространстве параметров (амплитуда–частота) была построена диаграмма периодичности, на которой выделяются

области периодических и хаотических колебаний, (рис. 11). Высокие значения периодичности являются признаком хаотических режимов. На диаграмме можно видеть их преобладание при низких амплитудах стимула, что свидетельствует о высокой чувствительности системы к малым возмущениям в субпороговой области. Наиболее выраженные хаотические переключения реализуются в низкочастотном диапазоне синусоидального воздействия, где инерционность внутренней переменной состояния мемристора вступает в резонансное взаимодействие с периодом внешнего сигнала.

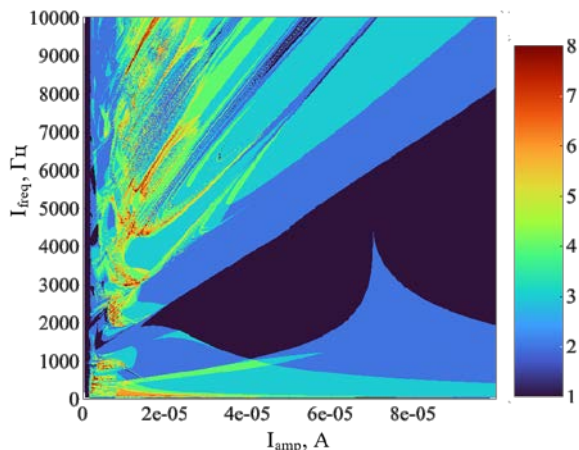


Рис. 11. Диаграмма периодичности для $I_{amp} \in [0 \text{ A}; 1 \cdot 10^{-4} \text{ A}]$ и $I_{freq} \in [0 \text{ Гц}; 10.000 \text{ Гц}]$

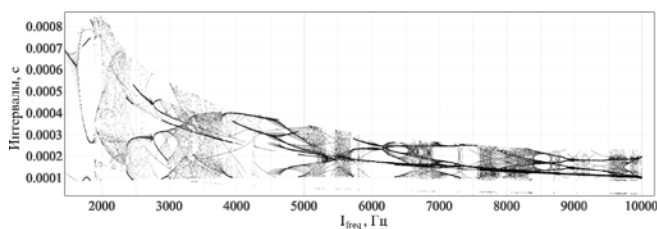


Рис. 12. Бифуркационная диаграмма межпиковых интервалов при амплитуде входного синусоидального сигнала $I_{amp} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ A}$

Обнаружены параметры с амплитудой синусоидального сигнала $I_{amp} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ A}$ и частотой $I_{freq} = 4.700 \text{ Гц}$, при которых возникает переходный хаос. Для его характеристики был сформирован набор из 1000 начальных условий с начальным уровнем напряжения равномерно распределённым от $-0,1$ до $0,2 \text{ В}$. На основе серии численных экспериментов с дискретизацией временной оси интервалами по $0,005 \text{ с}$ был построен график распада переходных хаотических режимов. Данная зависимость отражает долю траекторий, сохраняющих признаки переходного хаоса к моменту времени t , относительно общей выборки начальных условий. В качестве условия окончания переходного процесса было выбрано количество периодов не более 3 внутри одного временного отрезка. Как видно из графика (с логарифмическим масштабом по вертикальной оси числа траекторий) на рис. 13, соблюдается экспоненциальный закон убывания времени жизни переходного процесса. Это значит, что характеристическая скорость ухода обратно пропорциональна среднему времени жизни переходного процесса $\langle \tau_{tr} \rangle = 0,0313 \text{ с}$. В то же время, отдельные траектории оставались в хаотическом состоянии более $0,2 \text{ с}$.

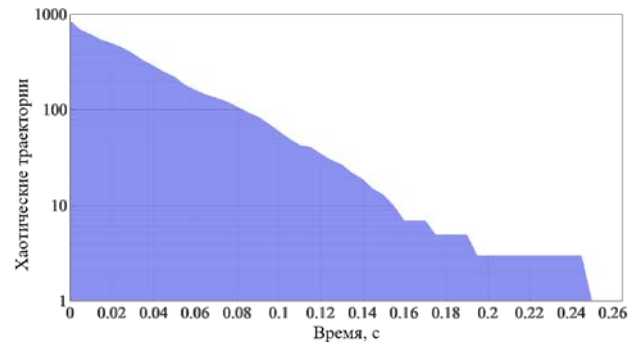


Рис. 13. График распада переходных хаотических режимов

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе разработана и верифицирована модифицированная математическая модель спайкового нейрона, элементарной базой которой выступает гибридная структура на основе туннельного диода и волатильного мемристора. Ключевым методическим достижением является пересмотр динамики внутренней переменной состояния мемристора, что обеспечивает формирование участка отрицательного дифференциального сопротивления в его вольт-амперной характеристике. Данное изменение сохраняет преемственность с базовыми биофизическими свойствами и паттернами генерации спайков исходной модели [6], однако решает проблему фиксации мембранного потенциала выше уровня покоя при продолжительном надпороговом воздействии.

Параметрический анализ подтвердил высокую функциональную гибкость предложенной модели: вариация подстроечных параметров и характеристик внешнего стимула обеспечивает воспроизведение всех трёх классов нейронной возбудимости по классификации Ходжкина, а также инициирование хаотических режимов. Представленная модель реализована в библиотеке динамических систем программной среды CUDAynamics под наименованием «Khanov neuron».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Erokhin V. Memristive devices for neuromorphic applications: comparative analysis // *BioNanoScience*. 2020. Т. 10, №4. С. 834–847.
- [2] Roy K., Jaiswal A., Panda P. Towards spike-based machine intelligence with neuromorphic computing // *Nature*. 2019. Т. 575. №. 7784. С. 607–617.
- [3] Xia Q., Robinett W., Cumbie M., Banerjee N., Cardinali T., Yang J., Wu W., Li X., Tong W., Strukov D., Snider G., Medeiros-Ribeiro G., Williams R. Memristor-CMOS hybrid integrated circuits for reconfigurable logic // *Nano Letters*. 2009. Т. 9. С. 3640–3645.
- [4] El Mesoudy A., Lamri G., Dawant R., Arias-Zapata J., Gliach P., Beillard Y., Ecoffey S., Ruediger A., Alibart F., Drouin D. Fully CMOS-compatible passive TiO₂-based memristor crossbars for in-memory computing // *Microelectronic Engineering*. 2022. Т. 255. С. 111706.
- [5] Wang R., Yang J.-Q., Mao J.-Y., Wang Z.-P., Wu S., Zhou M., Chen T., Zhou Y., Han S.-T. Recent advances of volatile memristors: Devices, mechanisms, and applications // *Advanced Intelligent Systems*. 2020. Т. 2, №9. С. 2000055.
- [6] Ostrovskii V., Karimov T., Rybin V., Bobrova Y., Arlyapov V. Butusov D. Bio-inspired neuron based on threshold selector and tunnel diode capable of excitability modulation // *Neurocomputing*. 2025. Т. 624. С. 129454.
- [7] Hua Q., Wu H., Gao B., Zhao M., Li Y., Li X., Hou X., Chang M.-F., Zhou P., Qian H. A threshold switching selector based on highly ordered Ag nanodots for X-point memory applications // *Advanced Science*. 2019. Т. 6, №10. С. 1900024.
- [8] solawk/cudaynatics // GitHub. URL: <https://github.com/solawk/cudaynatics> (дата обращения: 13.04.2026).