

Динамическая адаптация порога в нейроне типа *LIF*: анализ устойчивости и фазового пространства

Я. Е. Рудягин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

rudyaga34@gmail.com

Аннотация. В работе исследуется модифицированная модель нейрона типа *LIF* (*leaky integrate-and-fire*) с динамической адаптацией порогового уровня за счёт введения обратной связи от выходного сигнала. Предложенная обратная связь формирует эффективный порог, зависящий от интегральной активности нейрона на конечном временном интервале. Проведён анализ фазового пространства системы, выявлены характерные направления векторного поля и типы траекторий. Показано, что динамика системы приводит к аperiодическому поведению с тенденцией ухода траекторий в область роста, что интерпретируется как граница устойчивости. Полученные результаты могут быть использованы при моделировании адаптивных нейронных структур и нейроморфных систем.

Ключевые слова: *LIF* нейрон; динамический порог; обратная связь; фазовое пространство; устойчивость; нейроморфные системы; нелинейная динамика

I. ВВЕДЕНИЕ

Модель нейрона типа *LIF* (*leaky integrate-and-fire*) широко применяется для описания динамики спайковых нейронов благодаря своей простоте и вычислительной эффективности. Однако классическая модель использует фиксированный порог срабатывания, что ограничивает её применимость при моделировании адаптивных нейронных процессов.

В данной работе рассматривается модификация *LIF*-нейрона, в которой порог срабатывания становится динамическим и определяется через обратную связь от выходного сигнала. Такая постановка позволяет учитывать эффект накопленной активности и вводит в систему дополнительную нелинейность.

Целью работы является анализ устойчивости данной системы и исследование её фазового пространства.

II. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

При постоянном входном воздействии биологические нейроны демонстрируют переход от высокой частоты спайков к некоторому установившемуся значению, что связано с влиянием предыстории активности. Для учета данного эффекта были предложены различные модификации *LIF*-модели. Один из подходов заключается во введении дополнительных переменных, описывающих адаптационные токи или внутренние состояния нейрона. Так, в обобщённой модели интегрирования с уткой адаптация реализуется через дополнительное уравнение или переменную

восстановления, влияющую на динамику генерации спайков [1].

Другой широко используемый подход связан с введением динамического порога срабатывания, зависящего от предыдущих спайков. В таких моделях порог увеличивается после генерации импульса и затем постепенно возвращается к исходному значению, что позволяет воспроизводить эффект адаптации без существенного усложнения модели [2]. Несмотря на значительное количество работ, большинство существующих моделей используют либо дифференциальные уравнения с дополнительными переменными, либо экспоненциальные механизмы релаксации порога. Модели, в которых порог определяется через интегральную обратную связь от выходного сигнала, остаются менее изученными, особенно с точки зрения анализа фазового пространства и устойчивости.

Следует также отметить работы, в которых динамический порог вводится через дифференциальное уравнение первого порядка с экспоненциальной релаксацией. Такой подход удобен для аналитического исследования, однако он не учитывает влияние спайков, произошедших в удалённые моменты времени, если только не вводить несколько временных констант. Предлагаемая в данной работе интегральная обратная связь с конечным окном интегрирования естественным образом ограничивает глубину памяти и при этом сохраняет возможность аппаратной реализации в виде *RC*-цепи, что является её дополнительным преимуществом

Таким образом, исследование динамики *LIF*-нейрона с интегральной обратной связью представляет интерес как с теоретической точки зрения, так и для задач построения нейроморфных систем.

III. МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Рассматривается нейрон типа *LIF*, для которого вводится динамический порог, определяемый

выражением: $\int_{t-a}^t h(\tau) d\tau - h(t) + k$, где $h(t)$ – выходной

сигнал нейрона, a – ширина временного окна интегрирования, k – константа смещения. В работе выбрана $a = 5$ и $k = 2$.

Выбор значений $a = 5$ и $k = 2$ обусловлен результатами предварительных численных

экспериментов: при данных параметрах наблюдается наиболее выраженный адаптивный эффект без возникновения высокочастотных осцилляций. Варьирование этих параметров позволяет изменять степень адаптации и скорость установления стационарного режима, что будет рассмотрено в дальнейших исследованиях. Физически ширина окна a определяет, насколько далеко в прошлое «помнит» система предшествующую активность нейрона, а константа k задаёт силу влияния этой активности на порог срабатывания.

Порог компаратора зависит от предыстории сигнала, что реализует механизм адаптации. Предполагается использовать RC-интегратор в качестве скользящего интегратора по времени, поскольку после переходного процесса напряжение на нем будет зависеть не от всей истории сигнала, а только от некоторого окна по времени.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Моделирование производилось в Matlab/Simulink версии 2023b. Ввиду пилообразного характера переменной состояния Y , для построения фазового пространства был использован интеграл от этой переменной. Таким образом переменная состояния Y отображает интеграл от изменения периода между возникновением спайков на выходе системы, физически это соответствует накопленному времени (суммарной длительности межспайковых интервалов). Вследствие особенностей системы для построения ФП на вход подавалась единичная ступенчатая функция. На основе численного моделирования построено фазовое пространство системы (рис. 2). Анализ векторного поля позволяет выделить следующие особенности:

В третьей четверти наблюдается расхождение векторов от диагонали, направленной к началу координат под углом 45° . Векторы, расположенные выше этой линии, направлены вверх, ниже – под углом около -15° к оси X .

Во второй четверти направление векторов плавно изменяется от вертикального к направлению под углом около 45° к оси X .

В четвертой четверти векторы ориентированы в диапазоне от -15° до $+15^\circ$ относительно оси X , что указывает на слабую вертикальную составляющую движения.

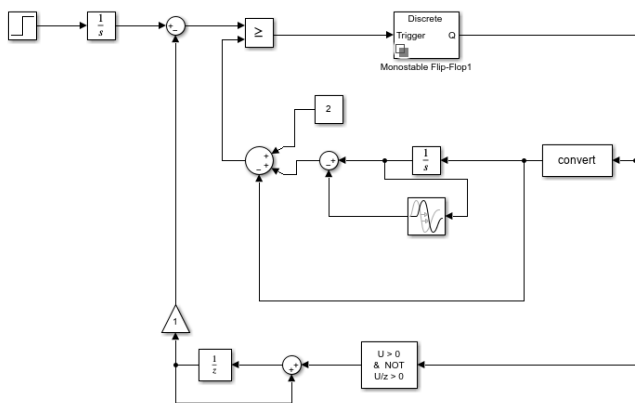


Рис. 1. Реализация системы в Simulink.

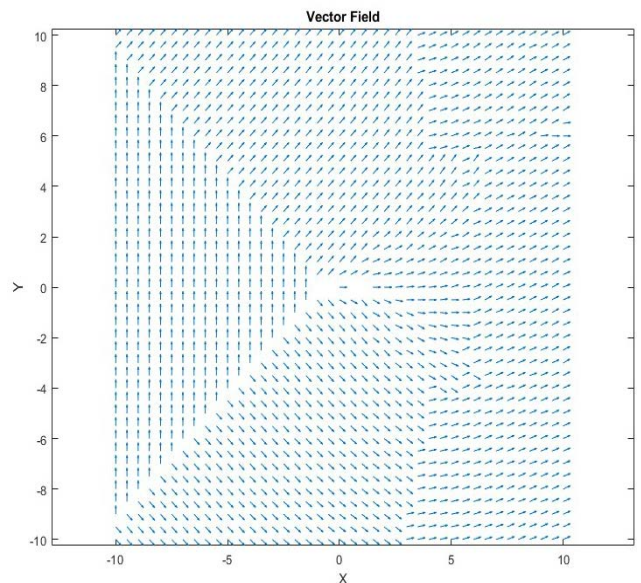


Рис. 2. Фазовое пространство системы.

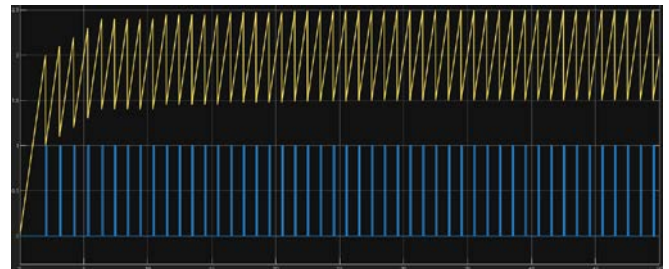


Рис. 3. Верхний график – зависимость значения порога от времени, нижний график – зависимость выхода от времени.

В первой четверти наблюдается почти параллельное расположение векторов с наклоном около 45° к оси X .

Такое распределение векторного поля приводит к тому, что практически любые траектории со временем направляются в область увеличения координат – вверх и вправо по диагонали.

Анализ фазового пространства показывает, что система не обладает классическими устойчивыми предельными циклами. Вместо этого наблюдается поведение с направленным ростом интеграла состояния, т.е., учитывая вышеописанные особенности получения

фазового пространства системы, со временем период возникновения спайков приходит к постоянному значению, при постоянном воздействии. Для подтверждения этого вывода на рисунке 3 представлены временные зависимости порога и выходного сигнала. Видно, что после начального переходного процесса (первые несколько спайков) порог выходит на постоянный уровень, а период следования импульсов стабилизируется. Это хорошо согласуется с поведением, наблюдаемым в биологических нейронах при подаче постоянного стимула: частота разрядов постепенно снижается и затем остаётся примерно постоянной. Таким образом, предложенная модель корректно воспроизводит эффект спайковой частотной адаптации.

Полученные результаты также указывают на наличие эффекта самосогласования динамики системы. Несмотря на кажущуюся неограниченность роста интегральной переменной, физический смысл данной величины связан

с накоплением периода между спайками. Это означает, что в исходных переменных система стремится к стационарному режиму генерации.

Наблюдаемая динамика может быть интерпретирована как переходный процесс к устойчивой частоте, что согласуется с известными свойствами адаптивных нейронных моделей.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена модифицированная модель нейрона типа LIF с динамическим порогом, формируемым за счёт интегральной обратной связи от выходного сигнала.

В ходе численного моделирования и анализа фазового пространства, построенного через интеграл переменной состояния, установлено, что система не обладает классическими устойчивыми предельными циклами в исходных координатах. Однако наблюдаемая динамика свидетельствует о наличии устойчивого режима в терминах интегрального представления.

Показано, что траектории фазового пространства имеют направленный характер и стремятся в область увеличения координат. С учётом используемого преобразования переменной состояния это соответствует установлению постоянного периода генерации спайков при постоянном входном воздействии.

Рост интегральной переменной в фазовом пространстве соответствует в исходных переменных переходному процессу, при котором период спайков выходит на постоянное значение, следовательно, наблюдаемый «уход» не означает потери устойчивости, а является артефактом выбранной координаты.

Таким образом, несмотря на отсутствие замкнутых траекторий в фазовом пространстве, система демонстрирует устойчивое поведение в смысле стабилизации частоты выходных импульсов.

Полученные результаты подтверждают, что введение интегральной обратной связи приводит к формированию адаптивного режима работы нейрона и может быть использовано при проектировании нейроморфных систем с регулируемой частотой генерации.

VI. ДАЛЬНЕЙШИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Перспективы дальнейшей работы включают несколько направлений. Во-первых, планируется провести систематический анализ влияния параметров a и k на динамику системы, включая построение бифуркационных диаграмм и определение областей устойчивости. Во-вторых, представляет интерес исследование реакции модели на нестационарные входные сигналы, например, на импульсные помехи или модулированные по амплитуде стимулы. В-третьих, предполагается разработка аппаратной реализации на дискретных компонентах и сравнение её работы с численным моделированием. Наконец, возможно обобщение модели на случай нескольких взаимосвязанных нейронов с динамическими порогами, что позволит моделировать элементарные нейронные сети с адаптивными свойствами.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Выражаю благодарность своему научному руководителю Соколову Петру Владимировичу за ценные советы при планировании исследования и рекомендации по оформлению статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Darjan Salaj, Anand Subramoney, Ceca Krajsnikovic, Guillaume Bellec, Robert Legenstein, Wolfgang Maass Spike frequency adaptation supports network computations on temporally dispersed information. Cambridge: eLife, 2021. 33 с.
- [2] Susan T Lubejko, Bertrand Fontaine, Sara E Soueidan, Katrina M MacLeod Spike threshold adaptation diversifies neuronal operating modes in the auditory brain stem. Bethesda: Journal of Neurophysiology, 2019. 2576-2590 с.